令和6年度

国東市：全国学力・学習状況調査結果分析（中学校：数学）

1．結果のポイント

・正答率は56%で，全国の52.5%を3.5ポイント，県の50%を6ポイント上回っている。
・領域別では，「数と式」「関数」「データの活用」の領域で全国・県の正答率を上回っている。「図形」においては県を上回ったものの、全国の値については下回った。
・観点別では，「知識・技能」で+3.7 ポイント，「思考・判断・表現」で+3.4 ポイント，全国の正答率を上回っている。

2．課題が見られた問題と指導の改善事項

（1） 数と式 6 （3）正四面体の各頂点に〇を、各辺に□を描いた図において、〇に入れた整数の和と□に入る整数の和について予想できることを説明する。

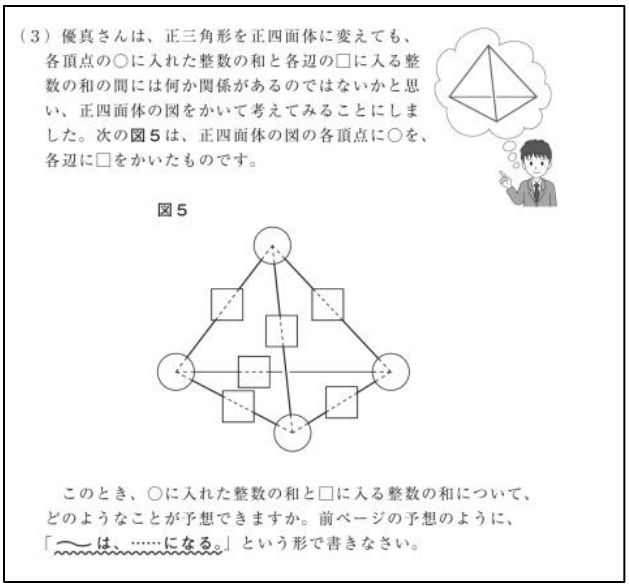

（3）優真さんは、正三角形を正四面体に変えても、各頂点の〇に入れた整数の和と各辺の□に入る整数の和の間には何か関係があるのではないかと思い、正四面体の図をかいて考えてみることにしました。次の**図5**は、正四面体の図の各頂点に〇を、各辺に□をかいたものです。

図5

このとき、〇に入れた整数の和と□に入る整数の和について、どのようなことが予想できますか。前ページの予想のように、「〜〜は、……になる。」という形で書きなさい。

① 出題のねらいと内容

統合的・発展的に考え、成り立つ事柄を見いだし、数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる

② 正答の条件

「●●は、■■になる」という形で、次の（a）（b）について記述しているもの （a）●●が「□に入る整数の和」である。 （b）■■が「〇に入れた整数の和の3倍」である。

③ 解答状況

□正答率 38.9%（全国 41.8%）

□誤答例

・「〇に入れた整数の和」と「□に入る整数の和」について、「●●は、■■になる。」という形で、成り立たない事柄について記述している（13.0%）

・「●●は、■■になる。」という形で、「〇に入れた整数の和」または「□に入る整数の和」について記述しているが、「〇に入れた整数の和」と「□に入る整数の和」の関係について記述していないもの。

□無解答率 24.1%

④ 指導の改善事項

〇 問題の条件を変えて考え、成り立つ事柄を見いだし数学的に表現できるようにする

問題の条件を変えて見いだした事柄について、数学的に表現できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、正三角形の場合において「□に入る整数の和は、○に入れた整数の和の2倍になる」ことを考察した過程や結果を基にして、正三角形を正四面体に変えた場合に成り立つ事柄を説明する活動を取り入れることが考えられる。その際、結論に含まれる「2倍」がどのように変わるかを、具体的な整数で計算して予想する活動や、文字を用いて明らかにする場面を設定することが考えられる。その上で、見いだした事柄を「□に入る整数の和は、○に入れた整数の和の3倍になる」のように「●●は、■■になる。」という形で表現できるように指導することが大切である。

(2)　図形　9（1）点 C を線分 AB 上にとり、線分 AB について同じ側に正三角形 PAC と QCB をつくるとき、AQ=PB であることを、三角形の合同を基にして証明する。

9　線分ABがあります。線分AB上に点Cをとり、AC、CBをそれぞれ1辺とする正三角形PAC、QCBを、線分ABについて同じ側につくります。そして、点Aと点Q、点Bと点Pを結びます。ただし、点Cは点A、Bと重ならないものとします。

桃子さんは次の図1のように点Cをとり、健太さんは次の図2のように線分ABの中点に点Cをとりました。

図1

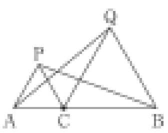
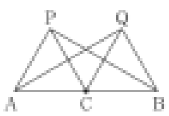
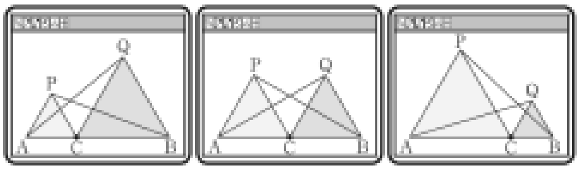


図2



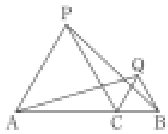
二人は図1と図2を観察し、線分や角についていえることがないか気になりました。そこで、コンピュータを使って点Cを動かしながら調べました。



次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 桃子さんは、コンピュータを使って調べたことから、点Cが線分AB上のどこにあっても、AQ＝PBになると予想しました。

桃子さんの予想したAQ＝PBがいつでも成り立つことは、△QAC≡△BPCを示すことで証明できます。AQ＝PBになることの証明を完成しなさい。



証明

△QACと△BPCにおいて、

合同な図形の対応する辺は等しいから、
AQ＝PB

① 出題のねらいと内容

筋道を立てて考え、証明することができるかどうかをみる。

② 正答の条件

次の(a)(b)(c)(d)とそれぞれの根拠を記述し、証明しているもの。
(a) AC=PC
(b) CQ=CB
(c) ∠ACQ=∠PCB
(d) △QAC≡△BPC

③ 解答状況

□正答率 20.4%（全国 25.8%）

□誤答例

・仮定として、AQ=PB を用いているもの（15.4%　全国 9.3%）

・上記(a)～(d)のうちの一部のみを記述しているもの（15.4%　全国 13.4%）
□無解答率 30.2%（全国 33.6%）

④ 指導の改善事項

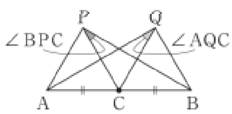
○ 証明の方針を立て、それに基づいて証明できるようにする

事柄が成り立つことを証明できるようにするためには、証明の方針を立て、それに基づいて仮定から結論を導く推論の過程を数学的に表現できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、二つの線分が等しいことを証明するための方針を立て、それに基づいて証明する活動を取り入れることが考えられる。具体的には、AQ＝PBを導くために△QAC≡△BPCを示せばよいことを明らかにし、△QACと△BPCにおいて対応する辺や角の大きさについて分かることを整理したり、合同を示すために必要な関係を見いだしたりする場面を設定することが考えられる。その際、AQ＝PBは結論であり、三角形の合同条件の根拠として用いることはできないことを確認することが大切である。また、∠PCQや正三角形の一つの内角の大きさが60°であることに着目して、∠ACQ＝∠PCBを見いだすことができるように指導することも大切である。

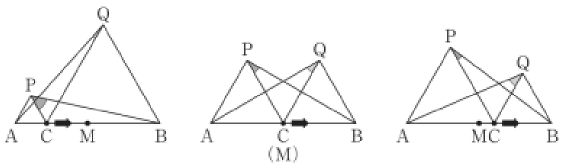
(3)　図形 9 (2) 点 C を線分 AB 上にとり、線分 AB について同じ側に正三角形 PAC と QCB をつくるとき、∠AQC と∠BPC の大きさについていえることの説明として正しいものを選ぶ。

（２）健太さんは、線分ABの中点に点Cをとった場合に∠AQCと∠BPCが等しく見えたことから、他の場合にはどうなるか気になりました。



そこで、次の図３のように、線分ABの中点をMとして、点Aから点Bの方向へ点Cを動かした場合に∠AQCと∠BPCの大きさがどうなるかを調べ、下のようにまとめました。

図３



調べたこと

○ 点Cが点Aから点Bに近づくにつれて、∠AQCは大きくなり、∠BPCは小さくなる。
○ 点Cが線分ABの中点のとき、∠AQCと∠BPCは等しく、どちらも30°である。

健太さんは、前ページの**調べたこと**から、∠AQCと∠BPCの和について何かいえることがないか考えています。

このとき、∠AQCと∠BPCの和について、次のことがいえます。

◎ 点Cが点Aと中点Mの間にあるとき、∠AQCと∠BPCの和は ① 。
◎ 点Cが中点Mと点Bの間にあるとき、∠AQCと∠BPCの和は ② 。

上の ① 、 ② のそれぞれに当てはまるものを、下の**ア**から**エ**までの中から１つずつ選びなさい。

ア　60°より大きい

イ　60°より小さい

ウ　60°になる

エ　60°より大きいことも小さいこともある

① 出題のねらいと内容

事象を角の大きさに着目して観察し、問題解決の過程や結果を振り返り、新たな性質を見いだすことができるかどうかをみる

② 解答状況

□正答率 23.5%（全国 26.7%）

□誤答例

・①をイ、②をウとしているもの（11.1%　全国 7.9%）

・①をイ、②をエとしているもの（11.1%　全国 6.8%）

□無解答率 3.7%（全国 4.1%）

③ 指導の改善事項

○ 事象を図形に着目して観察し、問題解決の過程や結果を振り返り、新たな性質を見いだすことができるようにする

条件を保ったまま動かした図形を観察し、辺や角について変わらない性質を見いだすことができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、問題で与えられた最初の条件を保ったまま動かした図形を観察し、既に証明した事柄を振り返り、新たな性質を見いだす活動を取り入れることが考えられる。

例えば、点Cの位置によって∠AQCと∠BPCの大きさがどのように変化するかを考察する場面を設定することが考えられる。その際、点Cが中点Mにあるとき、∠AQCと∠BPCは等しく、どちらも30°であることから、∠AQCと∠BPCの和は60°になることを確認することが考えられる。その上で、点Cが点Aと点Bの間を動いた場合、∠AQCと∠BPCの和がどのように変化するかを観察し、△QAC≡△BPCを証明したことを振り返り、∠AQCと∠BPCの和は60°で一定であることを見いだすことができるようにすることが大切である。

【参考・引用】 令和6年度全国学力・学習状況調査報告書（文部科学省・国立教育政策研究所）